|  |
| --- |
|  |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ |
| ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "МИРЭА - РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ" |

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

#### по дисциплине ― Физические основы получения информации ‖

#### Направление подготовки 12.03.01 «Приборостроение»

*(код и наименование)*

Профиль "**Аналитическое приборостроение и интеллектуальные системы**

**безопасности**"

Институт КБСП «Комплексной безопасности и специального приборостроения»

*(краткое и полное наименование)*

#### Форма обучения очная

*(очная, очно-заочная, заочная)*

#### Программа подготовки академический бакалавриат

*(академический, прикладной бакалавриат)*

#### Квалификация выпускника Бакалавр

#### Кафедра КБ6 «Приборы и информационно-измерительные системы»

*(краткое и полное наименование кафедры, разработавшей методические*

*указания)*

#### Москва, 2021

### АННОТАЦИЯ

#### Дисциплина «Физические основы получения информации» читается для всех студентов направления 12.03.01 «Приборостроение» В данных методических указаниях приводятся описание и порядок выполнения лабораторных работ покурсу ФОПИ.

#### Содержание

[Пьезоэлектрические акселерометры 4](#_TOC_250005)

[Терморезисторы. 16](#_TOC_250004)

[Исследование характеристик колебаний струны 21](#_TOC_250003)

[Список литературы 31](#_TOC_250002)

[Приложение 1. 32](#_TOC_250001)

[Приложение 2. 34](#_TOC_250000)

##### Лабораторная работа №1

# Пьезоэлектрические акселерометры

##### Краткие теоретические сведения

###### Источники механических колебаний

Избежать механических колебаний на практике практически невозможно, так как они обусловлены динамическими явлениями, сопровождающими присутствие допусков, зазоров и поверхностных контактов определенных узлов машин и механизмов и сил, возникающих при вращении и возвратно- поступательном движении неуравновешенных элементов. Даже механические колебания с малой амплитудой вызывают резонансные колебания прочих элементов конструкции и становятся существенным источником вибрации и шума. На применении искусственно генерируемых механических колебаний основываются, например, вибрационные питательные устройства, уплотнители для бетона, ультразвуковые ванны для очистки деталей, пневматические дрели и другие инструменты. Вибростенды, вибраторы и другие возбудители механических колебаний широко используются при исследованиях и испытаниях изделий, узлов и деталей, подвергаемых воздействию точно определенных механических колебаний с целью измерения и анализа их физической и эксплуатационной характеристики и оценки их стойкости в отношении влияний механических колебаний и ударов. При разработке любого измерительного прибора, имеющего взаимно подвижные элементы, для обеспечения заданных эксплуационных характеристик абсолютно необходимым является точное определение параметров возникающих механических колебаний путем их измерения и анализа.

###### Природа механических колебаний

Движение может быть простым и содержать в первом приближении лишь составляющую с одной частотой, например, движение камертона, или более сложным с несколькими составляющими, развивающимися одновременно на нескольких частотах. Примером здесь может служить движение поршня двигателя внутреннего сгорания.



Рис.1 Колебания и частотные характеристики

Встречающиеся на практике вибрации обычно являются сложными механическими колебаниями с многочисленными составляющими на разных частотах. Следовательно, на основе лишь амплитудно — временной диаграммы нельзя определить ни число, ни частоты определенных составляющих сложного колебательного процесса.

Отдельные составляющие сложных механических колебаний можно обнаружить и определить путем исследования зависимости их амплитуд от частоты. Разложение механических колебаний в индивидуальные частотные составляющие называется частотным анализом. Частотный анализ является основным методом диагностики, основанием которой является исследование механических колебаний.

График зависимости амплитуды или уровня определенной величины механических колебаний от частоты называется частотной спектрограммой.

Частотный анализ механических колебаний машин и механизмов нормально обнаруживает ряд выраженных частотных составляющих периодического характера, непосредственно связанных с основными движениями определенных узлов и деталей исследуемой машины или механизма. Следовательно, частотный анализ дает возможность обнаружения определенных источников механических колебаний.

###### Количественная оценка амплитуд механических колебаний

Пиковое значение эффективно именно при оценке кратковременных механических ударов и т. д. Однако, пиковое значение отображает только максимальное значение исследуемых колебаний, а не заключает в себе их временное развитие.

Рис.2 Характеристики детерминированного и случайного сигналов

Среднее значение (усредненное или абсолютное отображает временное развитие исследуемых колебаний, но его практическое применение ограничено ввиду того, что оно не имеет непосредственной связи ни с коей физической величиной этих колебаний.

Среднеквадратичное значение (СКЗ) является самым важным, так как в нем учитывается временное развитие исследуемых колебаний и оно непосредственно отображает значение, связанное с энергией и, следовательно, разрушающей способностью этих колебаний.

***Параметры механических колебаний: ускорение, скорость и смещение*** При рассмотрении камертона можно амплитуду волны колебаний полагать равной физическому смещению концов его плеч относительно положения покоя. Однако, в основу описания движения камертона можно положить не только смещение, а также скорость или ускорение колебаний. Форма волны и период рассматриваемых колебаний идентичны для смещения, скорости и ускорения. Главное различие этих трех параметров заключается во взаимном фазовом сдвиге их кривых, отображающих зависимость амплитуды от времени (см. рис.).

Пренебрегая фазовыми соотношениями, т. е. опираясь на результаты измерения и анализа с усреднением во времени, скорость механических колебаний можно определить путем деления их ускорения на пропорциональный частоте фактор, а смещение можно .аналогично получить делением ускорения на фактор,

пропорциональный возведенной в квадрат частоте. Описанные выше операции автоматически осуществляются электронными интеграторами, встроенными в современных виброизмерительных приборах.

###### Условия выбора одного из параметров механических колебаний

Применение вибродатчика, чувствительного к ускорению, дает возможность измерения и анализа не только ускорения, а также скорости и смещения механических колебаний. Нужное преобразование ускорения в скорость и смещение обеспечивают электронные интеграторы, которыми снабжено большинство современных виброизмерительных приборов (измерение вибрации). При одноразовом измерении механических колебаний с широкой частотной полосой играет важную роль определяемый параметр, в частности тогда, когда подлежащий измерению процесс содержит много составляющих с разными частотами. Измерение смещения приводит к подчеркиванию составляющих с низкими частотами, в то время как измерение ускорения результирует в подчеркивании значения высокочастотных составляющих. Опытом подтверждено, что общее среднеквадратичное значение скорости, измеряемое в частотном диапазоне от 10 до 1000 Гц, наиболее точно отображает строгость и опасность механических колебаний. Возможным объяснением этого эмпирического правила является соответствие определенного уровня скорости определенному уровню энергии, так что низкочастотные и высокочастотные составляющие исследуемого процесса имеют с точки зрения энергии колебаний идентичные значения (вес).

Отметим, что большинство встречающихся на практике машин генерирует механические колебания с плоским и почти линейным частотным спектром скорости. При узкополосном частотном анализе проявляется применение того или иного параметра только наклоном строящейся на бумаге регистрирующего прибора спектрограммы (см. график в центре предыдущей страницы). Следовательно, можно вывести практическое правило: всегда предпочтительно применять тот параметр механических колебаний, частотный спектр которого имеет вид плоской кривой. Это автоматически обеспечивает оптимальную эксплуатацию виброизмерительной аппаратуры, в частности с точки зрения ее рабочего динамического диапазона, т. е. диапазона с пределами, равными

наибольшему и наименьшему значениям, надежно и точно измеряемым данной аппаратурой. В соответствии с этим правилом предпочтение при частотном анализе обычно отдается ускорению или скорости механических колебаний.

Так как измерение ускорения сопровождается подчеркиванием высокочастотных составляющих исследуемого процесса, ускорению механических колебаний отдается предпочтение при измерении и анализе в диапазоне, перекрывающем область высоких частот.

К характерным свойствам механических систем относится то, что заметные смещения происходят только медленно, т. е. их составляющие находятся только в области низких частот. Следовательно, измерение и анализ смещения не являются задачами первостепенной важности при общем исследовании механических колебаний. Однако, смещение играет важную роль у машин и механизмов, сконструированных с учетом малых зазоров между отдельными элементами и деталями. Смещение также часто служит параметром при балансировке вращающихся элементов, так как относительно большие смещения наблюдаются на частоте вращения балансируемой детали. Отметим, что эта частота является наиболее важной при балансировке.

###### Пьезоэлектрический акселерометр

Пьезоэлектрический акселерометр является универсальным вибродатчиком, в настоящее время применяемым почти во всех областях измерения и анализа механических колебаний. Эксплуатационная характеристика пьезоэлектрических акселерометров в общем лучше характеристики любого другого вибродатчика. Пьезоэлектрические акселерометры отличаются широкими рабочими частотным и динамическим диапазонами, линейными характеристиками в этих широких диапазонах, прочной конструкцией, надежностью и долговременной стабильностью параметров.

Так как пьезоэлектрические акселерометры являются активными датчиками, генерирующими пропорциональный механическим колебаниям электрический сигнал, при их эксплуатации не нужен источник питания. Отсутствие движущихся элементов конструкции исключает возможность износа и гарантирует исключительную долговечность пьезоэлектрических акселерометров. Отметим, что

отдаваемый акселерометром сигнал, пропорциональный ускорению, можно интегрировать с целью измерения и анализа скорости и смещения механических колебаний.

Основным элементом пьезоэлектрического акселерометра является диск из пьезоэлектрического материала, в качестве которого нормально используется искусственно поляризованная ферроэлектрическая керамика. Подвергаемый действию силы (при растяжении, сжатии или сдвиге) пьезоэлектрический материал генерирует на своих поверхностях, к которым прикреплены электроды, электрический заряд, пропорциональный воздействующей силе.



Рис. 3 Виды пьезоэлектрических акселерометров

Пьезоэлемент практических пьезоэлектрических акселерометров сконструирован так, что при возбуждении механическими колебаниями предусмотренная в корпусе акселерометра масса воздействует на него силой, пропорциональной ускорению механических колебаний. Это соответствует закону, согласно которому сила равна произведению массы и ускорения.

Рис. 4 Типовая конструкция акселерометра

На частотах значительно меньших резонансной частоты общей системы масса — пружина ускорение массы акселерометра идентично ускорению его основания и, следовательно, отдаваемый акселерометром электрический сигнал

пропорционален ускорению воздействующих на него механических колебаний.



Рис. 5 Конструкция акселерометра, работающего «на сжатие»

Основные варианты конструкции практических пьезоэлектрических акселерометров следующие:

Вариант сжатия, в котором масса воздействует силой сжатия на пьезоэлектрический элемент и вариант сдвига,



Рис. 6 Конструкция акселерометра, работающего «на сдвиг»

характерным для которого является работа пьезоэлемента под действием срезывающего усилия, обусловливаемого внутренней массой акселерометра.

###### Характеристики акселерометров (чувствительность, масса и динамический диапазон

Основным параметром акселерометра нормально считается чувствительность. Идеальным являлся бы акселерометр, отдающий электрический сигнал с возможно большой амплитудой.

Собственная масса акселерометра становится важным параметром при измерении и анализе механических колебаний легких объектов. Образуемая акселерометром дополнительная масса может значительно влиять на амплитуду и частоту измеряемых и анализируемых колебаний.

За общее правило можно взять, что собственная масса акселерометра не должна превышать одну десятую динамической массы объекта, на котором он закреплен. Рабочий динамический диапазон акселерометра необходимо учитывать при измерении и анализе механических колебаний с очень малыми или очень большими амплитудами ускорения. Показанный на рисунке нижний предел рабочего динамического диапазона нормально не определяется непосредственно акселерометром, а скорее воспринимаемым и генерируемым соединительными кабелями и усилительными каскадами электрическим шумом. При применении виброизмерительной аппаратуры общего назначения этот нижний предел нормально порядка 1/100 м/с2.

Верхний предел рабочего динамического диапазона акселерометра определяется прочностью его конструкции. Характеристика типичного акселерометра общего назначения линейна до 50000—100000 м/с2, т. е. до области амплитуд механических ударов. Специальные акселерометры, предназначенные для измерения и анализа механических ударов, линейны до 1000 км/с2 (100 000 g).



Рис. 7 Амплитудные характеристики акселерометров

###### Рабочий частотный диапазон акселерометров

Энергия механических колебаний, генерируемых механическими системами, обычно сосредоточена в относительно узком диапазоне частот, простирающемся от 10 до 1000 Гц. Однако, измерению и анализу нормально подлежит диапазон с верхним пределом около 10 кГц, так как частоты некоторых составляющих механических колебаний могут находиться в области более высоких и высоких частот. Следовательно, рабочий частотный диапазон используемого акселерометра должен перекрывать частотный диапазон измеряемых и анализируемых колебаний. Нижний предел рабочего частотного диапазона акселерометра на практике определяется двумя факторами. Первым из них является нижняя частота среза используемого вместе с акселерометром усилителя. Отметим, что нижняя частота среза современных усилителей намного меньше 1 Гц и она не является важной причиной затруднений. Вторым фактором является влияние изменений температуры окружающей среды, к которым все акселерометры более или менее чувствительны. Современные акселерометры, пьезоэлемент которых работает под

срезывающим усилием, минимально чувствительны к изменениям температуры, так что их можно применять в нормальных условиях окружающей среды при измерениях в частотном диапазоне с нижним пределом ниже 1 Гц.

Верхний предел рабочего частотного диапазона акселерометра определяется резонансом его системы масса — пружина.

Эмпирическим правилом можно принять, что погрешность измерения составляющих механических колебаний с частотами вблизи верхнего предела рабочего частотного диапазона акселерометра, равного 1/3 его резонансной частоты, не будет превышать + 12%.

Резонансная частота малогабаритных акселерометров, отличающихся малой собственной массой, доходит до 180 кГц, в то время как резонансная частота акселерометров общего назначения находится в области 20—30 кГц.



Рис. 7 Частотные характеристики акселерометров

Ввиду увеличения чувствительности акселерометра в области резонанса отдаваемый им электрический сигнал не будет точно пропорционален ускорению механических колебаний исследуемого объекта. Это действительно в области, перекрывающей частоту его собственного резонанса.

Частотный анализ механических колебаний дает возможность обнаружения высокочастотного пика, обусловленного резонансом акселерометра. Следовательно, обнаруженный резонансный пик можно элиминировать в ходе анализа. Дело совсем другое при широкополосном измерении механических колебаний, так как включение резонансного пика в рабочую частотную полосу виброизмерительной аппаратуры приводит к ошибочным результатам, в частности

в случае, если измеряемый процесс содержит составляющие с частотами в области резонанса акселерометра.

Решением этой задачи является применение акселерометра с широким рабочим частотным диапазоном и фильтра нижних частот, эффективно подавляющего обусловленные резонансом акселерометра составляющие. Отметим, что большинство современных виброметров и предусилителей для вибродатчиков снабжено фильтрами нижних частот.

При работе в области низких частот можно нежелательное влияние высокочастотных колебаний резонанса акселерометра устранить при помощи механических фильтров. Механические фильтры состоят из упругого материала, например резины, закрепленного между двумя монтажными пластинками. Эти фильтры устанавливаются между поверхностью исследуемого или испытуемого объекта и основанием акселерометра с целью уменьшения верхнего предела рабочего частотного диапазона системы до полосы 0,5—5 кГц.

Рис. 8 Амплитудно-частотная характеристика вибрационного стенда

##### Практическая часть

###### Порядок выполнения работы.

Цель выполнения лабораторной работы – исследование амплитудно- частотной характеристики вибростенда с установленными на нем акселерометрами двух типов.

1. Задавая частоту колебаний возбудителя вибраций при постоянной амплитуде возбуждения следует снять три амплитудно-частотные характеристики:

а) для акселерометра №1 в вертикальном положении б) для акселерометра №1 в горизонтальном положении в) для акселерометра №2 в вертикальном положении

1. Измеренные значения заосятся в таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Частота | а) | б) | в) |
| 1 | 100 |  |  |  |
| 2 | 150 |  |  |  |
| 3 | 200 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. По полученным данным следует построить три АЧХ в логарифмическом масштабе.
2. В отчете необходимо определить частоты собственных резонансов вибростенда и акселерометров

### Контрольные вопросы

#### Назовите области применения механических акселерометров.

#### Объясните принцип работы механического акселерометра.

#### Объясните следующие термины:

#### -коэффициент передачи,

#### -среднеквадратическое отклонение,

#### -смещение нуля,

#### -температурное смещение нуля.

#### 5. Опишите методику определения коэффициента передачи.

### Лабораторная работа №2

# Терморезисторы.

##### Краткие теоретические сведения

Терморезистором называется проводник или полупроводник с большим температурным коэффициентом сопротивления, находящийся в теплообмене с окружающей средой, вследствие чего его сопротивление зависит от температуры.

Приборы для измерения температуры, в которых в качестве преобразователя используются терморезисторы, называются термометрами электрического сопротивления или термометрами сопротивления. Терморезисторы, используемые в приборах для измерения температуры, работают при малой нагрузке током, с тем, чтобы тепло, выделяемое током в терморезисторе, было минимальным по сравнению с теплом, получаемым от испытуемой среды. Основным требованием к материалам, применяемым для преобразователей термометров сопротивления, является возможно больший и стабильный температурный коэффициент электрического сопротивления при достаточно большом удельном сопротивлении. В этом отношении большой интерес представляют объемные полупроводниковые терморезисторы, имеющие значительно больший температурный коэффициент электрического сопротивления по сравнению с «металлическими» терморезисторами.

###### Проводниковые («металлические») терморезисторы.

Проводниковые терморезисторы применяются в преобразователях промышленных термометров сопротивления. Такие преобразователи изготовляются главным образом из чистых металлов. Большинство химически чистых металлов обладает положительным температурным коэффициентом сопротивления, колеблющимся (в интервале 0—100°С) от 0,35 до 0,68% на 1 град.

Проволока из сплавов высокого сопротивления не может быть использована для намотки преобразователей термометров сопротивления, так как температурный коэффициент ее незначителен.

Наибольшее распространение для изготовления преобразователей термометров сопротивлений имеют платина, медь и никель.

Для градуировки приборов с термометрами сопротивления терморезистор заменяется магазином сопротивлений. Сопротивление преобразователя подсчитывается для каждой градуируемой точки шкалы и устанавливается на магазине, заменяющем преобразователь в цепи прибора. Поэтому вопрос о расчете сопротивления преобразователя при различных температурах необходимо рассмот- реть более подробно.

Зависимость сопротивления металлов от температуры не является линейной.

Для платины зависимость сопротивления от температуры *t* в пределах от 0 до + 660°С выражается уравнением

*R*  *R* 1 *t*  *t*2 , (1)

0

*t*

где *R*0 — сопротивление при 0°С.

Для чистой платины *α* = 3,940\*10-3 1/град, *β* = -5,8\*10-7 1/град2.

Для меди при расчете сопротивления, соответствующего температуре *t*, пользуются обычно двухчленной формулой

*Rt*  *R*0 1 0*t*  *t*0 , (2)

где *R*0 — сопротивление при температуре 0C;

*α*0 – температурный коэффициент для интервала температур, начинающегося

от *t*0.

Согласно ГОСТ на термометры сопротивления, медная проволока для

термометров сопротивления должна удовлетворять отношению

*R*100/*R*0 = 1,427 ± 0,001.

Вопрос о выборе преобразователя термометра сопротивления из того или другого металла решается в основном химической инертностью металла в измеряемой среде в интересующем интервале температур. С этой точки зрения медный преобразователь можно применять только до температур порядка 180°С в атмосфере, свободной от влажности и коррозирующих газов. При более высоких температурах медь окисляется. Кроме того, недостатком меди является ее малое удельное сопротивление. Нижний предел температуры для медных преобразователей термометров сопротивления равен -50°С.

Никель, при условии хорошей изоляции от воздействия среды, можно применять до 250 – 300°С, так как при более высоких температурах зависимость *R*=*f*(*t*) для него неоднозначна.

###### Полупроводниковые терморезисторы.

Полупроводниковые объемные терморезисторы изготовляют из смеси окислов различных металлов (например, CuO, CoO, MnO). В процессе изготовления терморезисторы подвергают обжигу при высокой температуре. При обжиге окислы спекаются в прочную массу, образуя химическое соединение.

Величина сопротивления *Rt* полупроводника характеризуется зависимостью

*B*

*Rt*  *A*  *eT*

где *A* - постоянная, зависящая от физических свойств полупроводника, размеров и формы терморезисторы;

*B* - постоянная, зависящая от физических свойств полупроводника;

(3)

*T* - температура терморезисторы в градусах абсолютной шкалы (Кельвина).

Можно приближенно представить зависимость сопротивления от температуры полупроводникового терморезисторы аналогично рассмотренным ранее проводниковым сопротивлениям в виде (1):

*Rt*  *R*0 1 0*t*  *t*0 , (4)

Для полупроводниковых терморезисторов температурный коэффициент 0 будет отрицательным, со значениями порядка -2,5 ÷ -4 %/º, что в 6—10 раз больше температурного коэффициента металлов. Следует отметить, что температурный коэффициент сильно зависит от температуры.

##### Практическая часть

###### Порядок выполнения работы.

1. В лабораторной установке исследуются два терморезисторы – образцы №1 и №2. Оба образца подключены к измерительной схеме одинаковым образом, Рис.1

*U*=5*B*

*R*0=4,7*к*

*Rt*=?

Рис. 9 Схема включения температурных датчиков

Изменения падения напряжения на терморезисторах *Rt*1 и *Rt*2 в зависимости от температуры измеряются 4 раза – два раза при нагреве и два раза при охлаждении образцов. Пределы изменения температуры – от 0º до 120º градусов Цельсия. Конкретные минимальную, максимальную температуру и дискретность температуры, для снятия показаний определяет преподаватель. Например – минимальная температура 10º , максимальная 90º, измерения проводятся с шагом 10º (10º, 20º, 30º и т.д.).

1. Измерения напряжения заносятся в таблицы:

Для образца №1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Темп., ºС | U1(нагрев) | U1(охл.) | U1(нагрев) | U1(охл.) | U1ср. | *Rt*1 |
| 1 | 10 |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 20 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Для образца №2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Темп., ºС | U2(нагрев) | U2(охл.) | U2(нагрев) | U2(охл.) | U2ср. | *Rt*2 |
| 1 | 10 |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 20 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Далее находим средние по результатам четырех измерений значения напряжения на терморезисторах U1ср и U2ср для каждого значения температуры.
2. Строим график зависимостей напряжений на терморезисторах U1ср и U2ср от температуры.
3. Используя схему Рис.1 по усредненным значениям напряжения на терморезисторах U1ср и U2ср находим значения сопротивлений *Rt*1 и *Rt*2 .
4. Используя метод наименьших квадратов (Прил. 1) находим коэффициенты

*R* , *R* , ,

0 0 0 0

1 2 1 2

используемые в формуле *Rt*  *R*0 1 0*t*  *t*0  для каждого образца.

1. Строим графики зависимости экспериментальных значений сопротивлений и теоретических характеристик по коэффициентам, определенным в п.6 по отдельности для каждого образца.
2. Оформляем и защищаем отчет по лабораторной работе.

### Контрольные вопросы

#### Как можно охарактеризовать физическую величину «сопротивление» с использованием микроскопического подхода?

#### Как зависит электрическое сопротивление проводника от его геометрических размеров?

#### Какой тип термометра сопротивления вы рекомендовали бы для использования на объектах с повышенной радиацией?

#### Какой тип термометра сопротивления вы рекомендовали бы для использования в криогенных средах?

#### Какой тип термометра сопротивления вы рекомендовали бы для измерения температуры быстропротекающих процессов?

#### Для измерения сопротивления термометров сопротивления их включают в электрическую цепь. Требуется ли вводить какие-либо требования на силу тока в этой цепи?

##### Лабораторная работа №3

# Исследование характеристик колебаний струны

##### Краткие теоретические сведения

Рассмотрим натянутую струну длины *l* и закрепленную на концах. В положении равновесия струна направлена вдоль оси *Ox*.



Рис. 10 Модель колебаний струны

Сила натяжения *T*0, действующая на струну, предполагается достаточно значительной. Каждую точку струны длины *l* можно охарактеризовать значением еѐ абсциссы *x* и смещением этой точки в момент времени *t*.

Для упрощения решения задачи примем следующие предположения:

1. Будем рассматривать только поперечные колебания струны, предполагая, что движение происходит в одной плоскости, и что все точки струны движутся перпендикулярно оси Ox.

Тогда процесс колебания струны может быть описан одной скалярной

функцией *u*(*x,y*), которая характеризует (вертикальное) смещение точки струны с координатой *x* в момент времени *t*.

1. Будем рассматривать струну как гибкую упругую нить.
	* Математическое выражение понятия гибкости заключается в том, что напряжения, возникающие в струне, направлены по касательной к мгновенному профилю струны.
	* понятие "нить" означает, что мы пренебрегаем толщиной струны рассматриваем только линейную плотность (*x*).
2. Рассматриваем только малые колебания струны; т.е. будем считать, что смещение *u*(*x,t*), а также *u*x(*x,y*) столь малы, что квадратами этих величин по сравнению с 1 можно пренебречь, т.е. *u*2(*x,t*) << 1; *u* 2(*x,t*) << 1.

x

1. Величина силы натяжения может быть вычислена с помощью простого закона Гука: сила натяжения, возникающая в струне, пропорциональна еѐ относительному удлинению:

*T* ` *k* *l* , (5)

*x*

Здесь Δ*l* – изменение длины кусочка струны , Δ*x –* начальная длина кусочка, *k* – коэффициент упругости.

Для того, чтобы описать некоторый процесс поступим следующим образом:

* Выделим некоторый элемент объекта (V)
* Для него запишем соответствующие уравнения
* Изучим поведение этого уравнения при значении элемента объема стремящегося к 0.

В результате получаем уравнение, которому удовлетворяет каждая точка объекта. Прежде чем выводить уравнение, покажем, что величина натяжения струны не зависит от времени (и не меняется со временем).

В фиксированный момент времени *t = t0* функция *u*(*x,t0* ) = *u*(*x*)- задает профиль струны - это некоторая неопределенная кривая.



Рис. 11 Расчет натяжения струны

Выделим произвольный участок (*x, x +* Δ*x* ), который при колебании струны деформируется в участок *ММ*1.

Длина дуги этого участка в момент времени *t0* :

*S* 

*x* *x*

 *dl*

*x*

(6)

*dl*2  *dx*2  *du*2  *dx*2  *dx*  *tg* 2  *dx*2  1 *tg* 2  *dx*2  1 *u*2 

*x*

(7)

*x* *x x* *x*

*x*

*S* 

 1  *u*2 *dx* 

*x*

 *dx*  *x*

*x*

(8)

Δ*l* = *S’* – Δ*x =* 0 (9)

при *t = t0* :

*T* = *T*0 + Δ*T* = *T*0 + *k* (Δ*l* / Δ*x*) *= T*0 (10)

из этого следует, что величина натяжения струны одинакова во всех точках струны.

Перейдем к выводу уравнения колебаний струны. Для этого воспользуемся принципом Даламбера, на основании которого все силы, действующие на некоторый выделенный участок в струне, включая силы инерции, должны уравновешиваться.

На участок *ММ*1 действуют силы натяжения, направленные по касательной к струне в точках *М* и *М*1 , внешние силы и силы инерции (параллельны оси *Ox* ). Сумма проекций на ось *Ох* всех этих сил должна быть равна 0 (так как струна не движется вдоль оси *Ох* ).



Рис. 11 Расчет равнодействующих сил

Поскольку мы рассматриваем только поперечные колебания, то силы инерции и внешние силы направлены параллельно оси, и тогда

*T*(*x*) cos*α* – *T*(*x*+Δ*x*) cos*α*1 = 0 (11)

1  *u*2

*x*

cos  1

1  *tg* 2

 1  1

(12)

(*u* 2 << 1)

x

Для вывода уравнения воспользуемся 2м законом Ньютона:

*ma*  *Fi* ;

рассмотрим тот же участок струны *ММ*1 в произвольный момент времени *t* и запишем второй закон Ньютона в проекции на ось *Ou* Именно вдоль нее

происходит смещение *u* точек струны ), а следовательно скорость

*u* и

*t*

ускорение

2*u* , направлены вдоль оси *Ou*.

*t* 2

Для участка струны *MM*1 = Δ*x*:

*x* *x*  2*u*   

*m*  *a*  

*x*

*x* *t* 2

*x*,*t dx* 

*Fi*  *T* (*x*)  *T* (*x*  *x*)  *Fвн*

(13)

Рассмотрим проекции сил натяжения на ось *Ou*:

*T* *x*  *x*  *T* sin  *T*

*tg*1

1  *tg* 2

1

 *T* *u**x*  *x*,*t* ;*tg* 2

1

(14)

0 1 0

0 *x* 1

Аналогично:

*T* *x*  *T* sin  *T*

 *tg*  *T*

*u**x*,*t* 

(15)

0 0 0 *x*

1  *tg* 2

Тогда сумма проекций сил натяжения с использованием теоремы о конечных приращениях может быть записана:

##    

*u**x*  *x*,*t*

*u**x*,*t*

*x* *x* 2*u**x*,*t* 

*T x*  *x*

* *T x*

 *T*0  *x*

 *x*

  *T*0 

*x*



*x*2 *dx*

(16)

Обозначим через *f*(*x,t*)- плотность внешних сил (на единицу длины), тогда для

*x* *x*

участка *ММ*1 суммарная внешняя сила: *FMM* 

1

 *f* *x*,*t* *dx* . (17)

*x*

В результате второй закон Ньютона в проекции на ось *Ou* дает:

*x* *x*  2*u**x*,*t* 

*x* *x* 2*u**x*,*t* 

*x* *x*

##  

 *x* *t*2

*x*

*dx*  *T*0 

*x*

*x*2

*dx*   *f*

*x*

*x*,*t dx*

(18)

Применим к каждому интегралу теорему о среднем:

 2*u**x* ,*t*  

2*u**x* ,*t*  

 

(19)

*x* 1

*t*2

*x T*0

2

*x*2

*x f x*3,*t x*

Точки *x*1,*x*2 и *x*3 располагаются внутри интервала [*x*, *x*+Δ*x*]

Поделим уравнение на Δ*x* и устремим его к нулю, при этом точки *x*1,*x*2 и *x*3

превратятся в *x* и получим:

 2*u**x*,*t* 

2*u**x*,*t*    

(20)

*x* *t*2

*T*0 *x*2

*f x*,*t*

Или

2*u**x*,*t*  

 2*u**x*,*t*  

 , (21)

*t*2

*k x* *x*2

*g x*,*t*

Где

*k**x* 

*T*0

*x*

; *g**x*,*t*  *f* *x*,*t*

 *x*

 

(22)

Если нить однородна в сечении и на струну не действуют заметные внешние силы (*ρ* = *const*, *f*(*x*,*t*) = 0) , то получаем однородное уравнение:

2*u**x*,*t* 

*t* 2

2*u**x*,*t* 

*a* *x*2

 2

;*a*2

 *T*0



(23)

*Начальные и граничные условия*

1. Начальные условия задают положение и скорости точек струны:

 *u**x*,0  *x*

*u**x*,0  *x*

(24)

 *t*

1. Граничные условия описывают состояние концов струны (закреплены, слегка болтаются, свободны и т.п.):

- первого рода (на концы струны не действуют силы):

*u*0,*t*   1*t*  ; (25)

*u**l*,*t*    *t* 



2

задают закон смещения концов струны. Если *μ*1 = *μ*2 = 0, то имеем жесткое закрепление;

* и второго рода 2го рода:

*u*0,*t*    *t* 

 *x* 1

(26)

*u**l*,*t* 



 *x*

 2 *t* 

определяют силы, действующие на концы струны. Если *μ*1 = *μ*2 = 0, то концы свободны;

во всех остальных случаях имеем общий вид граничных условий. Они описывают условия упругого закрепления концов струны.

*Решение волнового уравнения*

Метод разделения переменных для струны, закрепленной на концах

Метод разделения переменных или метод Фурье, является одним из наиболее распространенных методов решения уравнений с частными производными.

Итак, будем искать решение волнового уравнения

2*u**x*,*t*  

*t* 2

2 2*u**x*, *t*  *a* *x*2

(27)

удовлетворяющее однородным граничным условиям

*u*(0*, t*) = *u*(*l, t*) = 0 (28)

и начальным условиям

 *u**x*,0  *x*

*u**x*,0  *x*

(29)

 *t*

Волновое уравнение линейно и однородно, поэтому сумма частных решений также является решением этого уравнения. Будем искать решение уравнения в виде

*u*(*x*,*t*) = *X*(*x*) ·*T*(*t*) (30)

где *X*(*x*)- функция только переменного *x*, *T*(*t*)- функция только переменной *t* .

Подставив предполагаемое решение в волновое уравнение, получим:

 2*T* *t*  

 

2  2 *X* *x*

(31)

*X x* *t*2

*T t a*

*x*2

Разделив полученное уравнение соответственно на *X*(*x*) и на *T*(*t*) получим:

2*T* *t* 

*t* 2

*T* *t* 

 *a*2 

2 *X* *x*

*x*2

*X* *x*

(32)

Для того, чтобы полученное равенство выполнялось для любых комбинаций *x* и *t* (правая часть равенства является функцией только переменного *x*, а левая- только *t*), обе части должны быть равны константе, не зависящей от времени и координаты, то есть

2*T* *t* 

*t* 2

*T* *t* 

 *a*2 

2 *X* *x*

*x*2

*X* *x*

   *const*

(33)

Отсюда получаем обыкновенные дифференциальные уравнения для определения функций *X*(*x*) и *T*(*t*) .

*d* 2 *X*

 *dx*2

 *d* 2*T*

 *X*  0

*X* *x*  0

(34)

  *T*  0



 *dt* 2

*T* *t*   0

Граничные условия дают:

*u*(0,*t*) = *X*(0)·*T*(*t*) = 0 (35)

*u*(*l*,*t*) = *X*(*l*)·*T*(*t*) = 0 (36)

Отсюда следует, что функция *X*(*x*) должна удовлетворять дополнительным условиям

*X*(0) =*X*(*l*) =0 (37)

так как иначе мы имели бы *T*(*t*)≡0 и *u*(*x, t*)≡0, в то время как задача состоит в нахождении нетривиального решения.

Таким образом, в связи с нахождением функции *X*(*x*) мы приходим к простейшей задаче о собственных значениях: найти такие значения параметра λ, при которых существуют нетривиальные решения задачи:

 *d* 2 *X*   

 *dx*2 *X* 0

(38)

*X* 0  *X* *l*   0

а также найти эти решения. Такие значения параметра *λ* называются собственными значениями, а соответствующие им нетривиальные решения – собственными функциями решаемой задачи.

Итак, найдем знак *λ*:

1. *случай λ* > 0, например, *λ* = *ρ*2.

Запишем характеристическое уравнение : *q*2 – *ρ*2 = 0, отсюда *q* = ± *ρ*

Общее решение может быть записано в виде *X*(*x*) = *Ae*–*ρx + Beρx* Граничные условия дают : *X*(0) = *A + B* = 0; *X*(*l*) = *Ae*–*ρl + Beρl* то есть *A =* –*B* и *A*(*e*–*ρl* – *eρl*) = 0

(*e*–*ρl* – *eρl*) ≠0 и как следствие *A = B* = 0, что не соответствует требуемому решению.

1. *случай λ* = 0.

При *λ* = 0 также не существует нетривиальных решений. Действительно, в этом случае общее решение уравнения имеет вид *X*(*x*) = *Ax + B*, а подставив граничные условия получим: из *X*(0) = 0 :: *B* = 0, из *X*(*l*) = 0 :: *A* = 0 и в итоге *X*(*x*) ≡ 0.

1. *случай λ* < 0, например, *λ* = -*ρ*2.

Характеристическое уравнение в этом случае имеет вид

*q*2 + *ρ*2 = 0, отсюда *q* = ± *iρ*

Общее решение уравнения:

*X*(*x*) = *C* cos *ρx* + *D* sin *ρx* (39)

Граничные условия дают:

*X*(0) = *C* = 0; (40)

*X*(*l*) = *D* sin *ρl* = 0.

*X*(*x*) не равен нулю, соответственно, D ≠ 0 как результат sin *ρl* = 0. Отсюда можно найти *ρ* как

  *n*

*l*

(41)

где *n*- любое целое число. Обозначим *ρ* через *ρn*,

  *n*

(42)

*n l*

*X* *x*  sin *n x*

*n l*

(43)

* нетривиальное решение поставленной задачи, определяемое с точностью до произвольного множителя, который мы положили равным единице. Этим же значениям *ρn* соответствуют решения уравнения по времени *T*(*t*).

*T* *t*   *A* cos *na t*  *B* sin *na t*

(44)

*n n l n l*

Где *An* и *Bn* - произвольные постоянные.

Возвращаясь к исходной задаче отметим, что функции *un*(*x*,*t*) = *Xn*(*x*)·*Tn*(*t*) являются частными решениями волнового уравнения, удовлетворяющими граничным условиям и представимыми в виде произведения двух функций.

Обратимся к решению в общем случае. В силу линейности и однородности уравнения сумма частных решений

*u**x*,*t*  

*u* *x*,*t*  

  *A*

 cos *na t*  *B*  sin *na t*   sin *n x*

(45)

 *n n*1



 *n*

*n*1 



*l n l*  *l*

также удовлетворяет этому уравнению и граничным условиям.



Начальные условия позволяют определить *An* и *Bn*. Потребуем, чтобы решение удовлетворяло условиям:

 *u**x*,0  *x*  





*A* sin *n x*

*n l*

*u**x*,0



*n* 1

 *x*   *Bn*



*na*

sin *n x*

(46)

 *t*

*n* 1 *l l*

Если функции *φ*(*x*) и *ψ*(*x*) удовлетворяют условиям разложения в ряд Фурье, то

 2 *l*

*l* 

 *An* 

 0

*x*sin

*nx dx*

*l*

(47)



*B* 

 *n*

2

*na*

*l*

 *x*sin

0

*nx dx l*

Подставив выражение для коэффициентов *An* и *Bn* в предыдущее уравнение, мы удовлетворим краевым условиям и получим решение поставленной задачи

### Практическая часть

###### Порядок выполнения лабораторной работы:

1. Изучить теоретическую часть работы
2. При помощи компьютерного спектроанализатора получить экспериментальные спектральные характеристики возбуждаемых колебаний.
3. Для возбуждения колебаний струна в выбранной точке отводится от положения покоя в вертикальной плоскости (отводится незначительно) и отпускается. Полученные спектры свободных колебаний струны необходимо зафиксировать и сохранить для отчета.
4. Струна возбуждается в точках, положение которых определяется преподавателем при выдаче задания на лабораторную работу.
5. В соответствии с теоретической частью студент рассчитывает теоретические спектры (амплитуда мод колебаний) для всех точек возбуждения струны (см. Приложение 2)и проводит анализ соответствия их определенным экспериментально .
6. После оформления отчета студент защищает полученные им результаты.

### Контрольные вопросы

1. Пояснить физический механизм распространения колебаний в струне.
2. Пояснить механизм возникновения стоячих волн в струне. Получить уравнение этих волн.
3. Пояснить связь между частотой свободных колебвний струны, ее линейной плотностью и величиной силы натяжения.
4. Пояснить зависимость относительных амплитуд различных мод колебаний в зависимости от типа возбуждения.
5. В каком случае начальные условия в задаче расчета амплитуд колебаний струны рассчитываются по формуле (47), нижней (*Bn*)?

# Список литературы

Распопов В.Я. Микромеханические приборы. -М.: Машиностроение, 2007.-400с. *Савельев И. В.* Курс общей физики: 5-е изд., испр. В 3 т. – М.: Лань, 2011. Т. 2. 495 с.

*Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высш. шк., 1998. – 542 с.

Подмастерьев К.В.Точность измерительных устройств: Учебное пособие. –Орел: ОрелГТУ, 2004. -140с.

# Приложение 1.

Если некоторая физическая величина зависит от другой величины , то эту зависимость можно исследовать, измеряя *y* при различных значениях *x* . В результате измерений получается ряд значений:

*x*1, *x*2, ..., *xi*, , ... , *xn*;

*y*1, *y*2, ..., *yi*, , ... , *yn*.

По данным такого эксперимента можно построить график зависимости

*y* = ƒ(*x*). Полученная кривая дает возможность судить о виде функции ƒ(*x*). Однако постоянные коэффициенты, которые входят в эту функцию, остаются неизвестными. Определить их позволяет метод наименьших квадратов.

Экспериментальные точки, как правило, не ложатся точно на кривую. Метод наименьших квадратов требует, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от кривой, т.е. [*yi* – ƒ(*xi*)]2 была наименьшей.

На практике этот метод наиболее часто (и наиболее просто) используется в случае линейной зависимости, т.е. когда

*y* = *a* + *bx*.

Линейная зависимость очень широко распространена в физике. И даже когда зависимость нелинейная, обычно стараются строить график так, чтобы получить прямую линию. Например, если предполагают, что показатель преломления стекла n связан с длиной λ световой волны соотношением n = a + b/λ2, то на графике строят зависимость n от λ-2.

Рассмотрим зависимость ***y* = *a* + *bx*** (прямая, не проходящая через начало координат).

Задача состоит в том, чтобы по имеющемуся набору значений *xi*, *yi* найти наилучшие значения *a* и *b*.

Снова составим квадратичную форму *φ* , равную сумме квадратов отклонений точек *xi*, *yi* от прямой

  *yi*  *a*  *bx* 

*n*

2

*i*

*i* 1

и найдем значения *a* и *b* , при которых *φ* имеет минимум

   2 *n*





*a*

*yi*

* *a*  *bxi*   0





 *b*

.

*i* 1

 2 *xi* *yi*  *a*  *bxi*   0

*n*

*i* 1

Совместное решение этих уравнений дает



*b* 





*xi*  *x*ˆ*yi* 

*x*  *x*ˆ2

*a*  *y*ˆ  *bx*ˆ

*i*

Среднеквадратичные ошибки определения *a* и *b* равны

*Sa* 



 *i*

*y*  *bx*  *a*

2

*n*  2 *x*  *x*ˆ

*i*

 *i*

2

*Sb* 







 *i*

*y*  *bx*  *a*

2



*i*

*n*  2





1

*x*ˆ2



 *n*





 *i*

*x*  *x*ˆ

2







# Приложение 2.

Расчет амплитуд колебаний в среде MathCAD

R(x z n) x sin n x 

 

z 

71.5

Q(x z n)   x

 71.5

sinn x 

 z  71.5

 z

71.5  z 

 71.5

71.5

QR(z n)  



0

R(x z n) dx  



z

Q(x z n) dx

QR(7 1)  24.833 QR(7 2)  11.834 QR(7 3)  7.266 QR(7 4)  4.832 QR(7 5)  3.279

QR(14 1)  26.549 QR(14 2)  10.841 QR(14 3)  4.92 QR(14 4)  1.81 QR(14 5)  0.121