



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«МИРЭА — Российский технологический университет»

**РТУ МИРЭА**

---

---

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый проректор

\_\_\_\_\_ Н.И. Прокопов  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **2.1.6 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

Научная специальность

### **1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

Форма обучения

**Очная**

Москва 2025

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» являются:

1. Приобретение студентами знаний о современных аналитических и численных методах решения некорректных задач.
2. Получения навыков проектирования сложных многоступенчатых систем обработки информации.
3. Развитие и закрепление навыков работы со сложными программными продуктами.

## **2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры**

Дисциплина «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» является обязательной дисциплиной образовательного компонента блока «Дисциплины (модули)» учебного плана научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

В ходе освоения дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» идет дальнейшее формирование элементов (знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности) аспиранта:

способность к самостоятельному обучению новым методам исследования, способность к пониманию основных проблем в своей предметной области, выбору методов и средств их решения;

способность самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой своих исследований;

способность анализировать состояние научно-технической проблемы, систематизировать и обобщать научно-техническую информацию по теме исследований;

способность оценивать научную значимость и перспективы прикладного использования результатов исследований.

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

Знать:

основные понятия теории решений интегральных уравнений;

основные понятия функционального анализа,

теорию и практические вопросы применения рядов и интегралов Фурье.

Уметь:

использовать теоретические знания для решения математических задач;

применять прикладные программы для построения приближённых численных решений;

создавать математические модели информационных систем и систем измерений.

Владеть:

навыками создания программных продуктов. применять прикладные

программы для построения приближённых численных решений;  
методами применения вейвлет-анализа.

#### 4. Содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» составляет 3 зачетных единицы (108 акад. часов).

**4.1. Распределение объема дисциплины по разделам (темам), семестрам, видам учебной работы и формам контроля.**

№ раздела	Семестр	Неделя семестра	Объем (в акад. час.)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
			Всего	Контактная работа (по видам учебных занятий)				СР	Контроль		
				Всего	ЛК	ПР	СР под рук.				
1	4	1-2	20	8	4	4		8	4	Устное собеседование, выполнение практических заданий	
2	4	3-4	20	8	4	4		8	4	Устное собеседование, выполнение практических заданий	
3	4	5-6	20	8	4	4		8	4	Устное собеседование, выполнение практических заданий	
4	4	7	32	12	6	6		12	8	Устное собеседование, выполнение практических заданий	
По материалам курса			16						16	Экзамен	
Всего в 4 семестре:			108	36	18	18	0	36	36		
Всего:			108	36	18	18	0	36	36		

#### 4.2. Наименование и содержание разделов дисциплины

Номер темы	Наименование темы	Содержание темы
1	Обратные задачи. Теория и методы решений.	Введение. Сравнение прямых и обратных задач. Устойчивость решений. Регуляризация обратных задач. Постановка задач интеллектуального анализа данных при использовании решений обратных задач.
2	Обратные задачи при интеллектуальном анализе данных	Собственные значения и собственные функции интегральных уравнений. Ортогональные функции и системы функций. Методы сведения решений

Номер темы	Наименование темы	Содержание темы
	измерений и наблюдений	обратных задач к решению СЛАУ. Оценка адекватности проведённого интеллектуального анализа массива данных.
3	Алгоритмы численных решений обратных задач анализа данных	Приближённые численные решения интегральных уравнений типа свёртки. Симметризация решений. Использование вейвлетов при представлении решений обратных задач. Влияние случайных составляющих в исследуемых данных на адекватность и качество решения задач интеллектуального анализа.
4	Двумерные задачи интеллектуального анализа массивов данных	Двумерные интегральные уравнения. Разделимые системы двумерных функций. Матричные уравнения и их решения. Устойчивость решений. Критерии качества приближённых решений. Восстановление двумерных изображений объектов с повышенным разрешением по результатам интеллектуального анализа.

### 4.3. Лабораторные работы (ЛБ)

Учебным планом не предусмотрены.

### 4.4. Практические занятия (ПР)

№ п/п	Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (в акад. часах)
1	1	Параметризация обратных задач. Регуляризация задач. Постановка задач интеллектуального анализа данных при использовании решений обратных задач.	2
2	2	Интегральные уравнения Фредгольма. Ортогональные функции и системы функций. Приближённые численные решения интегральных уравнений типа свёртки. Алгебраические методы решений.	6
3	3	Методы сведения решений обратных задач к решению СЛАУ. Оценка адекватности проведённого интеллектуального анализа массива данных. Влияние случайных составляющих сигнала на адекватность и качество решения обратных задач. Использование вейвлетов.	6
4	4	Двумерные интегральные уравнения. Восстановление двумерных изображений объектов с повышенным разрешением по результатам интеллектуального анализа. Матричные уравнения и их решения. Устойчивость решений. Критерии качества приближённых решений.	4
<b>Всего:</b>			<b>18</b>

## 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Виды самостоятельной работы обучающегося, порядок и сроки ее

выполнения:

подготовка к лекциям и практическим занятиям с использованием конспекта лекций, материалов практических занятий и приведенных ниже (п 8.1 и 8.2) источников (в соответствии с расписанием занятий);

оформление отчетов по выполненным практическим заданиям и теоретическая подготовка к их сдаче (в соответствии с расписанием занятий).

Перечень вопросов для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации — в соответствии с тематикой дисциплины.

## **6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**6.1. Описание показателей и критериев оценивания знаний, умений и владений на различных этапах их формирования, описание шкал оценивая**

### **6.1.1. Показатели и критерии оценивания, используемые шкалы оценивания**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Средства оценивания</b>	<b>Шкалы оценивания</b>
<b>Умение</b>	Правильность выполнения учебных заданий, аргументированность выводов	<i>Текущий контроль:</i> выполнение устных/письменных заданий, тестирование  <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен	Шкала 1
<b>Знание</b>	Правильность и полнота ответов, глубина понимания вопроса	<i>Текущий контроль:</i> выполнение устных/письменных заданий, тестирование  <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен	Шкала 1
<b>Владение</b>	Обоснованность и аргументированность выполнения учебной деятельности	<i>Текущий контроль:</i> выполнение практического задания, тестирование  <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен	Шкала 2

### **6.1.2. Описание шкал оценивания степени сформированности знаний, умений и владений**

#### **Шкала 1. Оценка сформированности знаний, умений и владений**

<b>Обозначения</b>		<b>Формулировка требований к степени сформированности знаний, умений и владений</b>		
<b>Цифр.</b>	<b>Оценка</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
1	Неудовлетворительно	Отсутствие знаний	Отсутствие умений	Отсутствие навыков
2	Неудовлетворительно	Фрагментарные знания	Частично освоенное умение	Фрагментарное применение
3	Удовлетворительно	Общие, но не структурированные	В целом успешное, но не	В целом успешное, но не

Обозначения		Формулировка требований к степени сформированности знаний, умений и владений		
Цифр.	Оценка	Знать	Уметь	Владеть
		знания	систематически осуществляемое умение	систематическое применение
4	Хорошо	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков
5	Отлично	Сформированные систематические знания	Сформированное умение	Успешное и систематическое применение навыков

**Шкала 2.** Комплексная оценка сформированности знаний, умений и владений

Обозначения		Формулировка требований к степени сформированности знаний, умений и владений
Цифр.	Оценка	
1	Неудовлетворительно	Не имеет необходимых представлений о проверяемом материале
2	Удовлетворительно или неудовлетворительно (по усмотрению преподавателя)	Знать на уровне <b>ориентирования</b> , представлений. Субъект учения знает основные признаки или термины изучаемого элемента содержания, их отнесенность к определенной науке, отрасли или объектам, узнает их в текстах, изображениях или схемах и знает, к каким источникам нужно обращаться для более детального его усвоения
3	Удовлетворительно	Знать и уметь на <b>репродуктивном</b> уровне. Субъект учения знает изученный элемент содержания репродуктивно: произвольно воспроизводит свои знания устно, письменно или в демонстрируемых действиях
4	Хорошо	Знать, уметь, владеть на <b>аналитическом</b> уровне. Зная на репродуктивном уровне, указывать на особенности и взаимосвязи изученных объектов, на их достоинства, ограничения, историю и перспективы развития и особенности для разных объектов усвоения
5	Отлично	Знать, уметь, владеть на <b>системном</b> уровне. Субъект учения знает изученный элемент содержания системно, произвольно и доказательно воспроизводит свои знания устно, письменно или в демонстрируемых действиях, учитывая и указывая связи и зависимости между этим элементом и другими элементами содержания учебной дисциплины, его значимость в содержании учебной дисциплины

## 2.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые

для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования знаний, умений и владений в процессе освоения образовательной программы.

**Типовые вопросы и задания для текущего контроля** (оценка сформированности элементов (знаний, умений, навыков) в рамках текущего контроля по дисциплине) по разделам дисциплины

***Пример практического задания по теме 1:***

*По заданным параметрам угломерной системы и массиву данных измерений на основе использования разложений решений по системам ортогональных функций провести параметризацию поставленной обратной задачи обратной задачи получения сверхразрешения*

***Примеры вопросов по теме 1:***

*Прямые и обратные задачи.*

*Параметризация задач.*

*Устойчивость решений.*

*Постановка задач интеллектуального анализа данных при использовании решений обратных задач*

*Роль дополнительных условий при решении обратных задач. Регуляризующие функции и множители.*

*Корректность задач по Адамару.*

*Регуляризация обратных задач.*

*Роль дополнительных условий при решении обратных задач. Регуляризующие функции и множители.*

***Пример практического задания по теме 2:***

*Решить заданное однородное интегральное уравнение Фредгольма типа свёртки с вырожденным ядром, используя предоставленные данные наблюдений;*

***Примеры вопросов по теме 2:***

*Понятие некорректно поставленных задач;*

*Интегральные уравнения Фредгольма.*

*Системы ортогональных функций. Ортогонализация систем функций.*

*Численные решения интегральных уравнений*

*Итерационные вычисления при выполнении приближённых решений*

*Интегральные уравнения с вырожденным ядром;*

*Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром; Параметризация обратных задач. Регуляризация задач.*

*Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.*

*Интегральные уравнения Вольтера*

*Решение некорректно поставленных задач. Метод регуляризации Тихонова;*

*Приближенные методы решения интегральных уравнений;*

*Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром;*

### ***Пример практического задания по теме 3:***

*По заданным параметрам и характеристикам системы измерений и массиву данных измерений решить интегральное уравнение Фредгольма на основе использования вейвлетов типа МНАТ или DOG и вейвлетов НААР. Провести сравнительный анализ качества полученных приближенных решений по различным критериям*

### ***Примеры вопросов по теме 3:***

*Современные методы приближенных решений интегральных уравнений типа свёртки.*

*Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций интегральных операторов;*

*Вейвлеты. Основные свойства.*

*Типы вейвлетов*

*Непрерывное вейвлет-преобразование.*

*Дискретное вейвлет-преобразование.*

*Фреймы. Их особенности.*

### ***Пример практического задания по теме 4:***

*По заданным параметрам угломерной системы и массиву данных измерений на основе интеллектуального анализа представленной информации, используя методы решений обратных 2D задач и набор стандартных программ, восстановить двумерное изображение объекта со разрешением, превосходящим критерий Рэлея.*

### ***Примеры вопросов по теме 4:***

*Способы оценки адекватности проведённого интеллектуального анализа массива данных*

*Методы восстановления двумерных изображений по результатам интеллектуального анализа на основе рядов двумерных функций.*

*Использование априорной информации о решении для повышения устойчивости создаваемых алгоритмов.*

*Матричные уравнения, возникающие при решении 2D задач, и их решения.*

*Влияние шумов и ошибок измерений на качество решения обратных двумерных задач.*



**Перечень вопросов для подготовки к экзамену** (оценка сформированности элементов (знаний, умений, навыков) в рамках промежуточной аттестации по дисциплине).

1. Прямые и обратные задачи.
2. Постановка обратных задач.
3. Корректность задач по Адамару.
4. Устойчивость решений.
5. Роль дополнительных условий при решении обратных задач.
6. Параметризация задач.
7. Регуляризация обратных задач.
8. Регуляризующие функции и множители.
9. Задачи интеллектуального анализа данных
10. Интегральные уравнения Фредгольма.
11. Решение уравнений и систем. Подходы к решению интегральных уравнений.
12. Операции с векторами и матрицами. Определитель, ранг, след, числа обусловленности матриц. Использование при решении обратных задач.
13. Быстрое преобразование Фурье.
14. Системы ортогональных функций. Ортогонализация систем функций.
15. Современные методы приближённых решений интегральных уравнений типа свёртки.
16. Применение статистической обработки данных для повышения устойчивости решений.
17. Использование алгоритмов решения уравнений и систем при построении численных решений обратных задач в интересах проведения интеллектуального анализа данных.
18. Возможности применения интеллектуального анализа данных на основе решений обратных задач.
19. Основные средства и виды программирования, используемые при решении обратных задач и интеллектуального анализа данных.
20. Ядро интегрального уравнения.
21. Вырожденные ядра.
22. Собственные функции. Их свойства.
23. Представление решений с помощью собственных функций.
24. Численные методы поиска собственных функций.
25. Типы вейвлетов. Материнский вейвлет.
26. Вейвлет-анализ.
27. Основы вейвлет-преобразования.
28. Обращение и разложение матриц. Собственные значения и сингулярные числа.
29. Влияние уровня шумов на качество выполнения интеллектуального анализа данных

30. Способы минимизации влияния случайных составляющих.
  31. Стандартные прикладные программы. Создание программ.
- Программы в программах.
32. Интегрированные программные системы и пакеты программ
  33. Основы программирования. Быстрое преобразование Фурье.
  34. Основы программирования. Свёртка функций.
  35. Вейвлеты, их свойства
  36. Типы вейвлетов. Примеры
  37. Вейвлет — преобразование
  38. Достоинства и недостатки вейвлет-преобразований
  39. Двумерные вейвлеты
  40. Программное обеспечение вейвлет-анализа
  41. Дискретное и непрерывное вейвлет-преобразование
  42. Двумерный вейвлет-спектр
  43. Диадное вейвлет — преобразование
  44. Корреляционно-регрессионный анализ сигналов
  45. Задачи регрессивного анализа. Примеры
  46. Регрессия. Типы решаемых задач
  47. Оценки коэффициентов линейной регрессии
  48. Нелинейная регрессия
  49. Модели аппроксимирующих функций
  50. Вероятностный анализ случайных сигналов
  51. Методы очистки сигнала от шума
  52. Линейная и нелинейная фильтрация сигналов
  53. Применение вейвлетов в задачах фильтрации
  54. Задачи синтеза цифровых фильтров
  55. Корректность задач по Адамару. Устойчивость решений.
  56. Прямые и обратные задачи. Постановка. Типичные прикладные задачи
  57. Системы ортогональных функций. Их использование при решении обратных задач
  58. Некорректно поставленные задачи. Постановка обратных задач. Устойчивость решений.
  59. Влияние случайных составляющих на адекватность и качество решения обратных задач.
  60. Параметризация обратных задач. Преимущества и недостатки метода.
  61. Роль дополнительных условий при решении обратных задач
  62. Качественные и количественные оценки устойчивости решений обратных задач.
  63. Мера обусловленности СЛАУ.
  64. Анализ погрешности вычислений.
  65. Число обусловленности: свойства и способы вычисления (оценки).

66. Обусловленность СЛАУ и устойчивость обратных матриц. Матрица Гильберта и другие примеры.
67. Анализ метода наименьших квадратов. Метод регуляризации Тихонова.
68. Примеры неустойчивых задач.
69. Плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)
70. Линейные интегральные уравнения типа свертки, Вольтерра и Фредгольма I-го рода
71. Интерполяционные и сглаживающие сплайны.
72. Постановка задачи на экстремум функционала.
73. Корректность по Адамару и Тихонову и их взаимосвязь.
74. Достаточные условия корректности по Тихонову.
75. Регуляризация с точными и приближенными данными.
76. Конечномерная аппроксимация Приложение к вариационному исчислению: обоснование методов Рунге и Эйлера.
77. Уравнения I-го рода. Условия корректности операторных уравнений I-го рода.
78. Уравнения, порождаемые интегральными операторами Фредгольма и Вольтерра и анализ их корректности.
79. Уравнения с априорной информацией.
80. Регуляризация уравнений I-го рода. Тихоновская регуляризация некорректных задач. Методы регуляризации уравнений типа свертки.
81. Конечномерная аппроксимация регуляризирующих алгоритмов. Конечномерная аппроксимация.
82. Критерий сходимости. Приложения общей схемы: квадратурный метод, метод коллокации, проекционные методы.
83. Теоремы сходимости. Методы саморегуляризации для уравнений Вольтерра.
84. Практические рекомендации. Сравнительный анализ эффективности регулярных численных методов решения интегральных уравнений I рода.

### **6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.**

Процедуры и средства оценивания элементов знаний, умений и владений по дисциплине «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Процедура проведения	Средство оценивания				
	Текущий контроль				Промежуточный контроль
	Выполнение устных заданий	Выполнение письменных заданий	Выполнение практических заданий	Выполнение тестовых заданий	Экзамен
Продолжительность контроля	По усмотрению преподавателя	По усмотрению преподавателя	По усмотрению преподавателя	По усмотрению преподавателя	В соответствии с принятыми нормами времени
Форма проведения контроля	Устный опрос	Письменный опрос	Письменный опрос	Письменный опрос	В письменной форме
Вид проверочного задания	Устные вопросы	Письменные задания	Практические задания	Письменный опрос	Экзаменационный билет
Форма отчета	Устные ответы	Ответы в письменной форме	Ответы в письменной форме	Ответы в письменной форме	Ответы в письменной форме
Раздаточный материал	Нет	Справочная литература	Справочная литература	Справочная литература	Справочная литература

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» предусматривает лекции и практические занятия. Успешное изучение дисциплины требует посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на практическое занятие и указания на самостоятельную работу.

При подготовке к лекционным занятиям аспирантам необходимо: перед очередной лекцией необходимо просмотреть конспект материала предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях.

Практические занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности аспирантов по изучаемой дисциплине.

При подготовке к практическому занятию аспиранты имеют возможность воспользоваться консультациями преподавателя.

При подготовке к практическим занятиям аспирантам необходимо: приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;

до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;

в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, заданных для самостоятельного решения;

в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов; на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Аспирантам, пропустившим занятия (независимо от причин), не имеющие письменного решения задач или не подготовившиеся к данному практическому занятию, рекомендуется не позже чем в 2-недельный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме, изучавшийся на занятии. Аспиранты, не отчитавшиеся по каждой не проработанной ими на занятиях теме к началу экзаменационной сессии не допускаются к экзамену.

## **8. Ресурсное обеспечение дисциплины**

### **8.1. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины**

#### **а) основная литература:**

1. Ягола А.Г. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике / А.Г. Ягола, Ван Янфей, И.Э. Степанова, В.Н. Титаренко. — Москва: Лаборатория знаний, 2021. — 219 с. — ISBN 978-5-9963-0813-2

2. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики: учебное пособие / Г. И. Марчук. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-0892-4

#### **б) дополнительная литература:**

1. Куликов, К. Г. Обратные и некорректные задачи биофизики: учебное пособие / К. Г. Куликов. — Санкт-Петербург: СПбГПУ, 2021. — 99 с. — ISBN 978-5-7422-7354-7

2. Гашков, С. Б. Теория алгоритмов и вычислений / С. Б. Гашков. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 168 с. — ISBN 978-5-507-46897-3

3. Лебедько, Е. Г. Теоретические основы передачи информации: монография / Е. Г. Лебедько. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 352 с. — ISBN 978-5-8114-1139-9

### **8.2. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимые для освоения дисциплины**

1. <http://library.mirea.ru/>

научно-техническая библиотека РТУ МИРЭА

2. <https://e.lanbook.com/>

электронно-библиотечная системы (ЭБС) Издательства «Лань»

**8.3. Информационные технологии,** используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем:

- пакет офисных программ Microsoft Office;
- пакет офисных программ LibreOffice;
- среда для разработки программного обеспечения Qt Creator 5.6.

**8.4. Материально-техническая база,** необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

- учебная аудитория;
- компьютерный класс.